ediciones sm

Distribución binominal

1. Se lanzan dos dados perfectos. Se define la variable aleatoria X del siguiente modo: X (a, b) = a · b, donde (a, b) identifica los resultados que muestran los dados. Halla el recorrido de dicha variable aleatoria.

2. Se lanza una moneda tres veces y se define la variable aleatoria X que asigna a cada punto del espacio muestral el número de caras consecutivas obtenido. Indica:

a) El recorrido de la variable.

b) La función de probabilidad y su representación gráfica.

3. Una variable aleatoria tiene la siguiente distribución de probabilidad:

$X = x_i$	3	4	5	6	7	8
$p(X = x_i) = p_i$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$	m	$\frac{1}{18}$

a) Calcula el valor de m.

b) Calcula la media y la desviación típica.

4. La variable aleatoria X toma los valores 1, 2, 3, ..., $n - 1$ y n con probabilidad $p(X = i) = \frac{1}{n}$ para todo $i = 1, 2, 3, ..., n$.

a) Representa la función de probabilidad.

b) Calcula $p(X < 5)$ y $p(X \geqslant 8)$.

5. Se lanza un dado corriente seis veces y se considera éxito la obtención de 5 o 6.

a) ¿Este experimento se rige por el modelo binomial? Justifícalo.

b) Calcula la probabilidad de obtener exactamente tres éxitos.

c) Describe el suceso fracaso.

d) Calcula la probabilidad de obtener 4 exactamente fracasos.

6. El 30 % de los clientes de una sucursal bancaria no tienen tarjeta de crédito. Si se eligen cuatro clientes al azar, calcula:

a) Probabilidad de que exactamente dos no tengan tarjeta de crédito.

b) Probabilidad de que exactamente dos tengan tarjeta de crédito.

c) Probabilidad de que los cuatro tengan tarjeta de crédito.

7. Un jugador de baloncesto lanza todos los días 100 tiros libres para entrenarse. Durante los últimos 30 días la distribución de fallos ha sido:

N.º de fallos	0	1	2	3
N.º de días	10	12	6	2

Ajusta una distribución binomial a estos datos.

SOLUCIONES

1. Tanto a como b pueden tomar los valores 1, 2, 3, 4, 5 y 6, por lo tanto:
Recorrido de X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36}

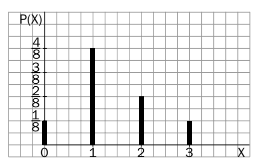
2.

Suceso	CCC	CCX	CXC	XCC	CXX	XCX	XXC	XXX
Probabilidad	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
Valor de X	3	2	1	2	1	1	1	0

a) Recorrido de X = {0, 1, 2, 3}

b)

$X = x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$



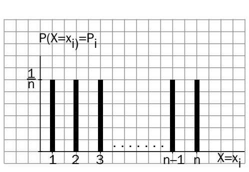
3. a) $\Sigma pi = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} + m + \frac{1}{18} = 1$

$\Rightarrow m = 1 - \frac{15}{18} = \frac{1}{6}$

b) $\mu = \Sigma\, x_i p_i = \frac{11}{2} = 5{,}5$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\Sigma\, x_i^2 p_i - \mu^2} = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3$

4. a)



b) $p(X < 5) = p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) +$

$+ p(X = 4) = 4 \cdot \frac{1}{n} = \frac{4}{n}$

$p(X \geqslant 8) = 1 - p(X < 7) = 1 - \frac{6}{n} = \frac{n - 6}{n}$

5. a) Sí pues:

— En cada realización sólo hay dos posibles resultados: Éxito o fracaso.

— El resultado obtenido en cada tirada es independiente de los resultados anteriores.

— La probabilidad de éxito es constante y por tanto no varía de una tirada a otra.

La distribución que indica el número de éxitos es: $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$, p(«éxito») = p(5) + p(6) = $\frac{1}{3}$

b) $p(X = 3) = \binom{6}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3 = 0{,}2195$

c) El suceso fracaso consiste en obtener 1, 2, 3 o 4.

d) Obtener exactamente 4 fracasos es conseguir exactamente 2 éxitos.

$p(X = 2) = \binom{6}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{6-2} = 0{,}3292$

6. Si se considera como suceso éxito que un cliente no tenga tarjeta de crédito, la variable aleatoria X que indica el número de clientes sin tarjeta de crédito sigue una distribución B (4, 0,3).

a) $p(X = 2) = \binom{4}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}2646$

b) Es igual a la probabilidad de que exactamente dos clientes no la tengan, por tanto es 0,2646.

c) $p(X = 0) = \binom{4}{0} \cdot 0{,}3^0 \cdot 0{,}7^4 = 0{,}2401$

7. El ajuste es posible pues:

— En cada lanzamiento sólo son posibles dos resultados: encesta o no encesta.

— Hay independencia. Que enceste o no en un lanzamiento no presupone nada para el siguiente.

— La probabilidad del suceso no encestar es constante en cada lanzamiento.

La que mejor se ajusta será la que tenga como media μ, la media observada $\overline{x}$.

$\overline{x} = \frac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 12 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2}{30} = 1$

$\mu = n\,p \Leftrightarrow 1 = 100p \Rightarrow p = \frac{1}{100}$

La binomial será: $B\left(30, \frac{1}{100}\right)$.