ediciones sm

Funciones

1. Se considera la función que asigna a cada número real el doble de su cuadrado aumentado en 3 unidades.

a) Escribe su expresión algebraica.

b) ¿Cuál es la imagen de 2?

c) ¿Qué número o números tienen como imagen 5?

d) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Cuál es su recorrido?

e) ¿En qué puntos corta la función al eje OX?

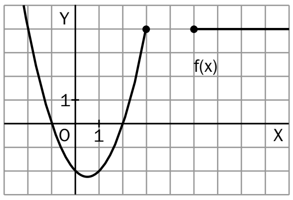
f) ¿En qué punto corta la función al eje OY?

2. A la vista de la gráfica de la función f, establece:

a) f(3) y f(9).

b) El dominio de f.

c) Los puntos donde f corta los ejes coordenados.



3. Representa la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si} \quad x \leqslant -2 \\ x^2 & \text{si} \quad -2 < x < 1 \\ 2 - x & \text{si} \quad x \geqslant 1 \end{cases}$$

4. Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 + 5$ y $g(x) = \dfrac{1}{x} - 3$, calcula:

a) $f(3) + g(3)$

b) $\dfrac{f(5)}{g(5)}$

c) $f(x) - g(x)$

5. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x - 4}}$

b) $f(x) = \sqrt{x + 1}$

6. Considera las funciones $f(x) = \sqrt{x - 1}$ y $g(x) = x^2$.

a) Calcula $f(g(x))$

b) Calcula $g(f(x))$

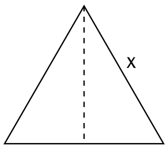
c) ¿Es $f(g(x)) = g(f(x))$?

7. Halla la función recíproca de $f(x) = \sqrt{x + 1}$.

8. Considera un triángulo equilátero de lado x.

a) Expresa su altura en función del valor del lado (puedes usar el teorema de Pitágoras, pero recuerda que sólo es válido para triángulos rectángulos).

b) Halla el valor de la altura cuando el lado mide 6 cm.



9. Una empresa de alquiler de coches tiene la siguiente tarifa: 30 euros por la formalización del alquiler del vehículo y 0,09 euros por kilómetro recorrido.

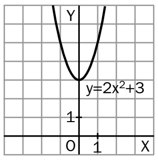
a) Calcula la expresión algebraica de la función que indica el dinero a pagar según los kilómetros recorridos.

b) ¿Cuánto tendrá que pagar una persona que recorrió 120 kilómetros con un coche alquilado?

c) Dibuja la gráfica de la función.

SOLUCIONES

1. a) $f(x) = 2x^2 + 3$.



b) $f(2) = 11$

c) $f(x) = 2x^2 + 3 = 5 \Rightarrow$
$2x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm 1$

d) $D(f) = \mathbb{R}$
A partir de la gráfica de la función se observa que para cualquier valor de x el correspondiente valor de y es siempre mayor o igual que 3, por tanto $f(D) = [3, +\infty)$.

e) Como $2x^2 + 3 = 0$ no tiene solución real, la función no corta el eje OX.

f) $y = f(0) = 3 \Rightarrow$ f corta el eje OY en el punto (0, 3).

2. La función dibujada es:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2 & \text{si} \quad x \leqslant 3 \\ 4 & \text{si} \quad x \geqslant 5 \end{cases}$$

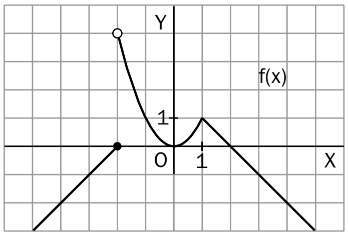
aunque no es necesario que los alumnos conozcan su expresión algebraica.

a) $f(3) = 4$; $f(9) = 4$

b) $D(f) = (-\infty, 3]$ y $[5, +\infty)$

c) f corta el eje OX en los puntos $(-1, 0)$ y $(2, 0)$; f corta el eje OY en $(0, -2)$.

3.



4. a) $f(3) + g(3) = 18 + 5 + \frac{1}{3} - 3 = \frac{61}{3}$

b) $\dfrac{f(5)}{g(5)} = \dfrac{50 + 5}{\frac{1}{5} - 3} = \dfrac{275}{-14} = -\dfrac{275}{14}$

c) $f(x) - g(x) = 2x^2 + 5 - \left(\frac{1}{x} - 3\right) =$
$= 2x^2 + 8 - \frac{1}{x} = \dfrac{2x^3 + 8x - 1}{x}$

5. a) La expresión de f tiene sentido si $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$, por lo tanto, $D(f) = (4, +\infty)$.

b) La expresión de f tiene sentido si $x + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant -1$, por lo tanto, $D(f) = [-1, +\infty)$.

6. a) $f(g(x)) = f(x^2) = \sqrt{x^2 - 1}$

b) $g(f(x)) = g(\sqrt{x - 1}) = (\sqrt{x - 1})^2 = -1$

c) A partir de los apartados anteriores se concluye que no.

7. Intercambiando variables:

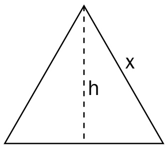
$x = \sqrt{y + 1} \Rightarrow x^2 = y + 1 \Rightarrow y = x^2 - 1$

$f^{-1}(x) = x^2 - 1$ es la función recíproca.

8. a) Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$h = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$



b) $h = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 3\sqrt{3}$ cm

9. a) $f(x) = 30 + 0{,}09x$, donde x representa los kilómetros recorridos.

b) $f(120) = 40{,}8$ euros.

c)