

## Funciones dadas por tablas

1. Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a)  $a_n = \frac{n-1}{2n+1}$

b)  $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

2. En una sucesión aritmética, el primer término es  $a_1 = 5$  y la diferencia es  $d = 3$ .

a) Halla los cinco primeros términos.

b) Escribe la expresión del término general.

3. Halla el término general de las siguientes sucesiones:

a)  $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots \right\}$

b)  $\{1, 5, 9, 13, 17, \dots\}$

4. De una sucesión geométrica de términos positivos se conocen el segundo,  $a_2 = 12$ , y el cuarto,  $a_4 = 48$ .

a) Calcula la razón.

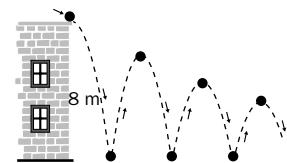
b) Escribe sus cinco primeros términos.

5. Una pelota se deja caer desde una altura de 8 m, rebota en el suelo y vuelve a subir hasta los tres cuartos de dicha altura, rebota y vuelve a subir hasta los tres cuartos de la altura que alcanzó en el primer rebote y así sucesivamente.

a) Señala qué alturas alcanza la pelota al rebotar las cuatro primeras veces.  
¿Qué tipo de sucesión forman las alturas anteriores?

b) Escribe el término general que establece la altura alcanzada por la pelota tras el  $n$ -ésimo rebote.

¿A qué altura subirá la pelota tras el décimo rebote?



6. De una determinada función se sabe que pasa por los puntos  $A(1, 1)$  y  $B(5, 9)$ .

a) Halla la recta de interpolación para dicha función.

b) ¿Qué valor tomará la función de interpolación para  $x = 3,3$ ?

7. Considera la siguiente tabla:

X	2	5
Y	-3	4

Encuentra, mediante interpolación lineal, el valor correspondiente a  $x = 3$ .

8. Halla la función de interpolación cuadrática para los valores de la siguiente tabla y encuentra el valor correspondiente a  $x = 2$ .

X	0	1	3
Y	2	6	20

9. Un bebé midió al nacer 47 centímetros. Al cabo de una semana había crecido 2 centímetros, y a las tres semanas medía 52 centímetros. Halla la función de interpolación de segundo grado correspondiente a estos datos y estima:

a) Cuánto medía el bebé cuando tenía dos semanas.

b) Cuánto cabe esperar que mida a las cinco semanas.

# SOLUCIONES

1. a)  $a_1 = 0; a_2 = \frac{1}{5}; a_3 = \frac{2}{7}; a_4 = \frac{1}{3}; a_5 = \frac{4}{11}$

b)  $b_1 = 1; b_2 = -\frac{1}{2}; b_3 = \frac{1}{3}; b_4 = -\frac{1}{4}; b_5 = \frac{1}{5}$

2. a)  $a_1 = 5; a_2 = 5 + 3 = 8; a_3 = 8 + 3 = 11;$   
 $a_4 = 11 + 3 = 14; a_5 = 14 + 3 = 17$

b) Por tratarse de una sucesión aritmética, el término general es de la forma:  $a(n) = a_n = a \cdot n + b$ .

$$\begin{cases} a_1 = 5 = a + b \\ a_2 = 8 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a_n = 3n + 2$$

3. a) Observando los términos dados, se deduce que

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

b) Puesto que cada término se obtiene del anterior sumando 4 unidades, se trata de una sucesión aritmética. El término general es de la forma  $a(n) = a_n = a \cdot n + b$ .

$$\begin{cases} a_1 = 1 = a + b \\ a_2 = 5 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a_n = 4n - 3$$

4. a) Puesto que  $a_n = ka^n$ , y la razón es  $a$ , se tiene que  $a_2 = 12 = ka^2$  y  $a_4 = 48 = ka^4$ . Dividiendo ambas expresiones se obtiene:  
 $4 = a^2 \Rightarrow a = 2$ . (Se rechaza  $a = -2$  por tratarse de una sucesión de términos positivos.)

b) Se calcula la expresión del término general  $a_n = ka^n = k \cdot 2^n$ :

$$a_2 = 12 = k \cdot 2^2 \Rightarrow k = \frac{12}{4} = 3$$

El término general es  $a_n = 3 \cdot 2^n$ , por tanto:  
 $a_1 = 6; a_2 = 12; a_3 = 24; a_4 = 48; a_5 = 96$

5. a) Las alturas son:  $a_1 = \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ m} = 6 \text{ m};$

$$a_2 = \frac{3}{4} \cdot 6 \text{ m} = 4,5 \text{ m};$$

$$a_3 = \frac{3}{4} \cdot 4,5 \text{ m} = 3,375 \text{ m};$$

$$a_4 = \frac{3}{4} \cdot 3,375 \text{ m} = 2,53125 \text{ m}$$

Forman una sucesión geométrica.

b) Por ser una sucesión geométrica, el término general es  $a_n = ka^n$ , donde  $a$  es la razón. Se sabe que  $a = \frac{3}{4}$ , por tanto  $a_1 = 6 = k \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow k = 8$ .

$a_n = 8 \left(\frac{3}{4}\right)^n$  es la medida en metros que alcanza la pelota tras el  $n$ -ésimo rebote.

Al rebotar por décima vez, la altura que alcanza la pelota es  $a_{10} = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$ .

6. a) La recta de interpolación es de la forma:  $y = ax + b$ . Como pasa por los puntos  $(1, 1)$  y  $(5, 9)$ :

$$\begin{cases} 1 = a + b \\ 9 = 5a + b \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -1 \Rightarrow y = 2x - 1$$

b) Para  $x = 3,3$  la función de interpolación tomará el valor  $y = 5,6$ .

7. La recta de interpolación es de la forma:  $f(x) = ax + b$ . Pasa por los puntos  $(2, -3)$  y  $(5, 4)$ , por tanto:

$$\begin{cases} f(2) = 2a + b = -3 \\ f(5) = 5a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{7}{3}, b = -\frac{23}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{7x - 23}{3}$$

El valor correspondiente a  $x = 3$  es  $f(3) = -\frac{2}{3}$ .

8. La función de interpolación es de la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

$$\begin{cases} f(0) = c = 2 & a = 1 \\ f(1) = a + b + c = 6 & \Rightarrow b = 3 \Rightarrow \\ f(3) = 9a + 3b + c = 20 & c = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

El valor correspondiente a  $x = 2$  es  $f(2) = 12$ .

9. La función buscada es de la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , siendo  $x$  la edad, en semanas, del bebé.

$$\begin{cases} f(0) = c = 47 \\ f(1) = a + b + c = 49 \\ f(3) = 9a + 3b + c = 52 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{1}{6},$$

$$b = \frac{13}{6}, c = 47 \Rightarrow f(x) = \frac{(-x^2 + 13x)}{6} + 47$$

a)  $f(2) = 50,7$ . A las dos semanas medía 50,7 cm.

b)  $f(5) = 53,7$ . A las cinco semanas cabe esperar que mida 53,7 cm.