

Funciones exponenciales y logarítmicas

1. Calcula:

- a) 2^{-4} c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ e) $\sqrt{3^6}$ g) $16^{\frac{3}{4}}$ i) $(0, 5)^{-4}$
 b) $(-3)^2$ d) 5^0 f) $81^{\frac{1}{4}}$ h) $(-1)^{-1}$ j) $\sqrt[3]{5^2}$

2. Calcula:

- a) $\log_3 81$ c) $\log_9 3$ e) $\log_3 \frac{1}{3}$ g) $\log_5 \sqrt{5}$ i) $\log 10$
 b) $\log_2 1$ d) $\log_{\frac{1}{2}} 16$ f) $\log 0,01$ h) $\log_2 \sqrt[3]{32}$ j) $\log \sqrt{1\,000}$

3. Completa la siguiente tabla:

x	-3	-2	-1	0	1	2	4	8
2^x								
$\log_2 x$								

- a) Construye con los valores obtenidos las gráficas de las funciones $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$.
 b) ¿Cómo son entre sí ambas gráficas?
 c) Indica los dominios y recorridos de f y g.

4. Toma logaritmos en base 2 para calcular: $A = \frac{8 \cdot \frac{1}{32} \cdot 16 \cdot 2^2}{2^{-3}}$

5. Toma logaritmos decimales en las siguientes expresiones:

- a) $A = \frac{a^3 b^4 c}{d^2}$ b) $B = \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot c^4$

6. Escribe la forma algebraica de A y B en las siguientes expresiones:

- a) $\log A = 3 \log x - 5 \log y$ b) $\log B = \frac{5 \log x + 3 \log y}{2}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- a) $5^{x+1} = 625$ b) $2^{2x-5} = 8$ c) $3^{x+2} = 9^x$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

- a) $\log_2 x = 3$ b) $\log(x+1) = \log(x-1) + 3$ c) $2 \log x - \log(x+6) = 0$

9. Utiliza la fórmula de cambio de base y la calculadora para hallar:

- a) $\log_3 41$ b) $\log_5 36$

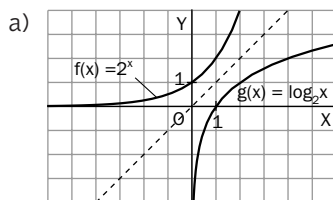
SOLUCIONES

1. a) $\frac{1}{16}$ f) $81^{\frac{1}{4}} = (3^4)^{\frac{1}{4}} = 3$
 b) 9 g) $16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$
 c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$ h) $\frac{1}{-1} = -1$
 d) 1 i) $0,5^{-4} = \frac{1}{0,5^4} = 16$
 e) $\sqrt{3^6} = 3^3 = 27$ j) $(\sqrt[3]{5^2})^6 = 5^4 = 625$

2. a) $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$
 b) $\log_2 1 = \log_2 2^0 = 0$
 c) $\log_9 3 = \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
 d) $\log_{\frac{1}{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -4$
 e) $\log_3 \frac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -1$
 f) $\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$
 g) $\log_5 \sqrt{5} = \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
 h) $\log_2 \sqrt[3]{32} = \log_2 2^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3}$
 i) $\log 10 = 1$
 j) $\log \sqrt[3]{1000} = \log 10^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$

3.

x	-3	-2	-1	0	1	2	4	8
2^x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	16	256
$\log_2 x$	No existe	No existe	No existe	No existe	0	1	2	3



- b) Son simétricas entre sí respecto a la bisectriz del primer cuadrante.
 c) $D(f) = \mathbb{R}$; $D(g) = (0, +\infty)$; $f(D) = (0, +\infty)$; $g(D) = \mathbb{R}$

4. $\log_2 A = \log_2 \frac{8 \cdot \frac{1}{32} \cdot 16 \cdot 2^2}{2^{-3}} = \log_2 \frac{16}{2^{-3}} = \log_2 2^7 \Leftrightarrow A = 2^7 = 128$

5. a) $\log A = \log \frac{a^3 b^4 c}{d^2} = \log(a^3 b^4 c) - \log(d^2) = \log a^3 + \log b^4 + \log c - 2 \log d = 3 \log a + 4 \log b + \log c - 2 \log d$
 b) $\log B = \log(\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot c^4) = \log(a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot c^4) = \frac{3}{2} \log a + \frac{2}{3} \log b + 4 \log c$

6. a) $\log A = 3 \log x - 5 \log y = \log x^3 - \log y^5 = \log \frac{x^3}{y^5} \Leftrightarrow A = \frac{x^3}{y^5}$
 b) $\log B = \frac{5 \log x + 3 \log y}{2} = \frac{\log x^5 + \log y^3}{2} = \frac{\log(x^5 y^3)}{2} = \log(x^5 y^3)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow B = (x^5 y^3)^{\frac{1}{2}}$

7. a) $5^{x+1} = 5^4 \Rightarrow x = 3$
 b) $2^{2x-5} = 2^3 \Rightarrow x = 4$
 c) $3^{x+2} = 3^{2x} \Rightarrow x = 2$

8. a) $\log_2 x = 3 = \log_2 2^3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$
 b) $\log(x+1) = \log(x-1) + \log 10^3 = \log[10^3(x-1)] \Leftrightarrow x+1 = 10^3(x-1) \Leftrightarrow x = \frac{1001}{999}$
 c) $2 \log x - \log(x+6) = 0 \Leftrightarrow \log x^2 - \log(x+6) = \log 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+6} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

La solución de la ecuación $x = -2$ no es válida, pues no existe $\log -2$.

9. a) $\log_3 41 = \frac{\log 41}{\log 3} = 3,38$
 b) $\log_5 36 = \frac{\log 36}{\log 5} = 2,23$