Actividades

1 Resuelve colocando en cada casilla las fracciones $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{7}{5}$ y $\frac{2}{3}$ sin que se repita ninguna.

	$\times$		$-$	2	$=$	$\frac{-16}{15}$
$-$		$\times$		$-$		
1	$+$	2	$-$		$=$	$\frac{13}{6}$
$+$		$+$		$-$		
	$-$		$+$		$=$	$-\frac{1}{2}$
$=$		$=$		$=$		
$\frac{-1}{12}$		$\frac{37}{10}$		$\frac{61}{60}$		

2 Calcula:

a) $\dfrac{\frac{1}{3} - 2 : \left(\frac{-3}{4} - \frac{1}{2}\right)}{\frac{7}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)} =$

b) $\dfrac{\left(\frac{9}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(-2 + \frac{3}{10} - \frac{4}{5}\right)}{-\frac{8}{3} + \frac{2}{9} - 1} =$

c) $3 + \dfrac{1}{1 + \frac{2}{3}} =$

d) $-2 + \dfrac{3 - 2 \cdot (-3)}{1 + \dfrac{\frac{2}{5} - 1}{1 - \frac{1}{2}}} =$

3 Un pastel de carne está compuesto de la siguiente forma: dos quintos de su peso son de carne de cerdo, a 8 €/kg, un tercio, de carne de ternera, a 12 €/kg, tres veinteavos, de jamón, a 21 €/kg y 1 dL de agua. Expresa el peso del pastel, en forma de fracción, y su precio.

Actividades

1 Indica razonadamente si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional.

b) El producto de dos números irracionales puede ser un número racional.

2 Indica entre qué números debe estar el valor exacto de las siguientes aproximaciones:

a) Aproximación a las centésimas: 12,37 $\Rightarrow$

b) A las milésimas: 13,765 $\Rightarrow$

c) A las centésimas: 69 $\Rightarrow$

3 Si a' es una aproximación de a con un error de una décima y b' lo es de b con un error de una décima, contesta razonadamente si son o no verdaderas las siguientes afirmaciones:

a) $a' + b'$ es una aproximación de $a + b$ con un error de dos décimas.

b) $a' \cdot b'$ es una aproximación de $a \cdot b$ con un error de una centésima.

c) $2a'$ es una aproximación de $2a$ con un error de dos décimas.

4 Escribe las siguientes expresiones en forma de intervalo:

a) $x > -5$ y $x < 3 \Rightarrow$

b) $x \leq 3$ y $x < -1 \Rightarrow$

c) $3 \leq x < 10$ y $5 \leq x \leq 10 \Rightarrow$

d) $[2, 10) - (4, 10) \Rightarrow$

5 Un tren sale de una ciudad A a las doce del mediodía a una velocidad de x km/h, siendo x un número racional y llega a una ciudad B a las ocho de la tarde. A la misma hora sale un tren desde B hacia A a una velocidad de y km/h, siendo y un número irracional. ¿Para qué valores de x e y coinciden los dos trenes a las seis de la tarde (18 horas)?

Actividades

1 Sabiendo que $0 < a < 1$, ordena de menor a mayor: a^2, a^{-2}, $(-a)^2$, $\left(\dfrac{1}{a}\right)^{-1}$, a^{-1}.

2 Fíjate en el ejemplo y elimina radicales del denominador (a esta operación se le llama racionalizar):

$$\frac{3}{\sqrt[4]{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}} = \frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$$

a) $\dfrac{2}{\sqrt[5]{2^3}}$

b) $\dfrac{-x}{3\sqrt[7]{x^4}}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x^2y}}$

3 Fíjate en el ejemplo y racionaliza:

$$\frac{2}{3-\sqrt{5}} = \frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)} = \frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{3^2-\sqrt{5^2}} = \frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

a) $\dfrac{5}{\sqrt{2}-1}$

b) $\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

c) $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

4 Basándote en la espiral de Pitágoras, construye un rectángulo cuyos lados midan $\sqrt{5}$ cm y $\sqrt{18}$ cm.

5 Calcula la hipotenusa y el área de un triángulo rectángulo en el que uno de los catetos mide $\sqrt[3]{3}$ m y el otro cateto mide dos tercios del primero. Expresa los resultados en forma de radicales y en forma decimal aproximando a los centímetros.

Actividades

1 Dos valores a y b de una magnitud M son directamente proporcionales a dos valores a' y b' de otra magnitud M' con razón de proporcionalidad k. Demuestra que la razón entre $a + b$ y $a' + b'$ también es k. ¿Es cierto este resultado para la suma de más de dos valores?

2 Una comunidad de vecinos formada por 3 edificios debe realizar unas obras de mejora por un valor de 10 000 €. Deciden que cada edificio pagará de manera directamente proporcional al número de familias y a la antigüedad del edificio. El primero de ellos tiene 12 familias y 10 años de antigüedad; el segundo, 20 familias y 20 años de antigüedad y el tercero, 18 familias y 20 años de antigüedad. ¿Cuánto dinero debe aportar cada edificio?

3 En el convenio de un grupo de funcionarios que ganan 1 000 € mensuales figura una subida salarial del 2,5 % para cada uno de los dos próximos años, pero si el IPC a final de año es superior a esta subida, serán compensados con una paga no acumulable al salario para no perder poder adquisitivo. El primer año el IPC fue del 3 % y el segundo año, del 2,8 %. ¿Qué cantidad de dinero pierden los funcionarios al calcular su salario por este procedimiento?

4 ¿Cuántos años deben transcurrir para duplicar el capital invertido a un interés simple del 5 % anual? ¿Y si el interés es compuesto?

Actividades

1 A partir de las identidades notables que conoces, deduce la expresión para hallar $(a + b)^3$ y $(a - b)^3$.

2 Halla el valor de k en las siguientes divisiones:

a) El resto de la división $(3x^4 - x^3 - x^2 + kx + 8) : (x + 1)$ es 6

b) El cociente de la división $(2x^5 - 3x^4 + kx^2 + x) : (x^2 + 1)$ es $2x^3 - 3x^2 - 2x + 1$

3 Simplifica al máximo las siguientes fracciones, descomponiendo previamente en factores el numerador y el denominador:

a) $\dfrac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^4 + x^3 - 2x^2}$

b) $\dfrac{x^4 + x^3 - x - 1}{x^4 + x^2 - 2}$

4 Una promotora inmobiliaria posee 10 solares rectangulares de manera que la medida mayor es 5 m superior a la medida menor. Tiene intención de venderlas a 120 €/m^2 con unos gastos de vallado de 10 € por metro lineal. Expresa algebraicamente el beneficio que obtendrá la inmobiliaria. Si la medida menor de cada parcela es 30 m, ¿cuál es el beneficio total?

Actividades

1 Fíjate en el ejemplo y resuelve las siguientes ecuaciones:

$\sqrt{x+2} - 3x = -4 \Rightarrow \sqrt{x+2} = 3x - 4 \Rightarrow \left(\sqrt{x+2}\right)^2 = (3x-4)^2 \Rightarrow x + 2 = 9x^2 - 24x + 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x^2 - 25x + 14 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{25 \pm \sqrt{625 - 504}}{18} = \dfrac{25 \pm 11}{18} \Rightarrow x = 2;\ x = \dfrac{7}{9}$. Comprobación:

Para $x = 2$ se tiene que $\sqrt{4} - 3 \cdot 2 = -4$. La solución es válida.

Para $x = \dfrac{7}{9}$ se tiene que $\sqrt{\dfrac{25}{9}} - 3 \cdot \dfrac{7}{9} = \dfrac{5}{3} - \dfrac{7}{3} = -\dfrac{2}{3} \neq -4$. La solución no es válida.

a) $\sqrt{3x+4} - x = 0 \Rightarrow$

b) $2\sqrt{x+4} + x = -1 \Rightarrow$

c) $\dfrac{x}{x+1} - \dfrac{1}{x-1} = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow$

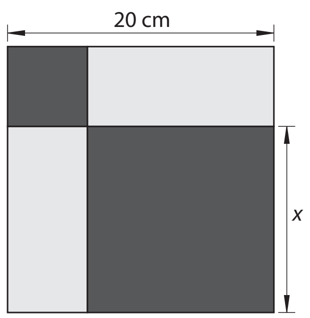
2 Demuestra que la suma de las dos soluciones de una ecuación de segundo grado es $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ y el producto es $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$.

3 Determina el valor de m para que las siguientes ecuaciones tengan una única solución, halla dicha solución:

a) $(m-1)x^2 - mx + 1 = 0$

b) $(m-1)x^2 - (m+5)x + 6 = 0$

4 Halla el valor de x sabiendo que la superficie coloreada es 232 cm^2:



Actividades

1 Calcula el valor de *a* para que los siguientes sistemas sean: incompatible, compatible indeterminado o compatible determinado (en este caso, da la solución):

a) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = -1 \\ -4x - 6y = a \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2(x - 3) - 5y = -(x + y) \\ -x + ay = -2 \end{array}\right\}$

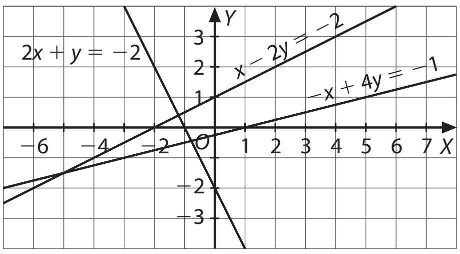
2 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) $\left.\begin{array}{r} 3x + y - z = 2 \\ -x + 5y + z = -1 \\ 4x - 2y - 2z = 0 \end{array}\right\}$

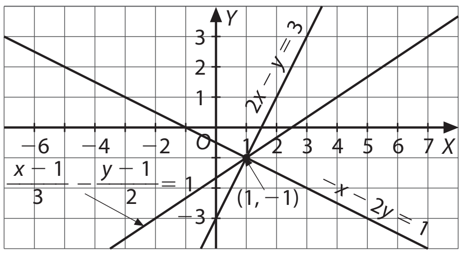
b) $\left.\begin{array}{r} x + 2y - z = 0 \\ \dfrac{x-4}{2} + y = \dfrac{3(z-2)}{4} \\ \dfrac{x}{6} - \dfrac{z}{4} = -\dfrac{y}{2} \end{array}\right\}$

3 Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)



b)



4 La suma del doble de un número más el triple de otro más pequeño es 9 y el cuadrado de la diferencia de ambos números más el triple del menor es igual al doble del mayor más 1. ¿De qué números se trata?

Actividades

1 Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de inecuaciones:

a) $\dfrac{x^2-1}{2}+3(x+2)+1<\dfrac{2x^2+4}{3}+4(x+1)$

b) $(2x-1)(2-x)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\geq 0$

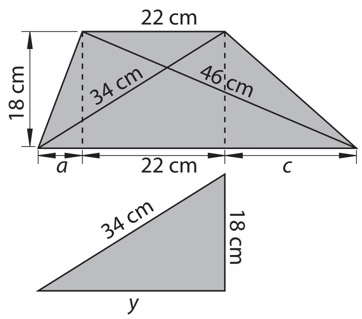
c) $x+\dfrac{2}{2}-y-\dfrac{1}{3}\leq -x+\dfrac{y}{4}$

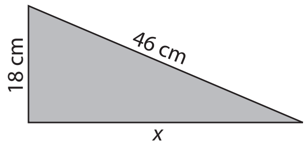
d) $\left.\begin{array}{r} |2x-3|<5 \\ 2x-3>-5 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} x-3y<2(x-2y)-1 \\ -2x+3y>y+3(x-2) \\ x-(-x-2y)\geq 2(x-3)+y \end{array}\right\}$

Actividades

1 La base menor de un trapecio mide 22 cm, la altura mide 18 cm y las diagonales miden 34 cm y 46 cm. Halla el área del trapecio.



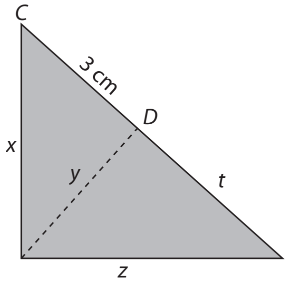


2 Demuestra que el área de un tetraedro regular es $A = l^2\sqrt{3}$ y que el volumen es $V = \dfrac{l^3\sqrt{2}}{12}$, siendo l la arista del tetraedro. A partir de este resultado, halla el área y el volumen de un tetraedro cuyas caras son triángulos equiláteros de 6 cm de altura.

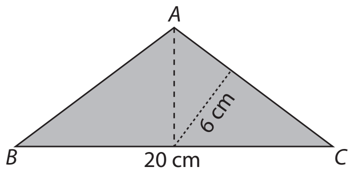
3 Demuestra que el área de un octaedro regular es $A = 2l^2\sqrt{3}$ y que el volumen es $V = \dfrac{l^3\sqrt{2}}{3}$, siendo l la arista del octaedro. A partir de este resultado, halla el área y el volumen de un octaedro tal que la diagonal del cuadrado que determinan cuatro de sus vértices mide 43 cm.

Actividades

1 Halla el valor de x, y, z y t sabiendo que los triángulos ADC y CAB son semejantes con razón de semejanza $\frac{2}{3}$.



2 Halla el perímetro y el área del siguiente triángulo isósceles:



3 El área de la base de un cilindro es 50π cm^2 y el volumen, 42π cm^3. El área de la base de otro cilindro semejante es 27π cm^2. Halla la razón de semejanza y el volumen y altura del segundo cilindro.

4 El área de la base de una pirámide hexagonal es 16 m^2 y el volumen de otra pirámide semejante de 15 m de altura es 722 m^3. El volumen de una tercera pirámide semejante a la segunda es 1 320 m^3. Halla la razón de semejanza entre la primera y la tercera pirámide.

Actividades

1 Una medida de ángulos distinta al grado es el radián, que definido sobre una circunferencia es el ángulo central que determina un arco que mide igual que el radio. Por lo tanto, una circunferencia mide 2π radianes, es decir, $360^{\circ} = 2\pi$ rad. Teniendo en cuenta esta equivalencia, expresa en grados o en radianes, según corresponda, los siguientes ángulos:

a) 45°

b) 180°

c) $\frac{2\pi}{3}$ rad

d) $\frac{3\pi}{2}$ rad

e) 300°

f) $\frac{3\pi}{4}$ rad

2 Halla las siguientes razones trigonométricas, expresando previamente los ángulos en grados:

a) $\text{sen}\,\frac{\pi}{3}$

b) $\cos\frac{\pi}{4}$

c) $\text{cotg}\,\frac{\pi}{10}$

d) $\text{cosec}\,\frac{2\pi}{5}$

e) $\text{tg}\,\frac{\pi}{8}$

f) $\sec\frac{\pi}{5}$

g) $\cos\frac{3\pi}{8}$

h) $\text{cotg}\,\frac{5\pi}{16}$

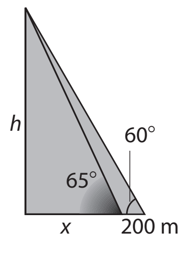
3 Comprueba si son ciertas las siguientes igualdades:

a) $\text{sen}\,\alpha \cdot \text{tg}\,\alpha + \cos\alpha = \text{cosec}\,\alpha$

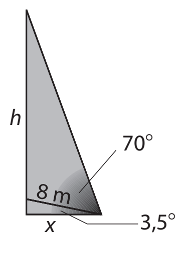
b) $\text{tg}\,\alpha + \text{cotg}\,\alpha = \frac{\sec^2\alpha}{\text{tg}\,\alpha}$

c) $\text{sen}\,\alpha - \text{cosec}\,\alpha = -\text{cotg}\,\alpha \cdot \cos\alpha$

4 Desde un punto se observa la cima de una montaña bajo un ángulo de 65º. Retrocediendo 200 m se observa bajo un ángulo de 60º. Calcula la altura de la montaña.



5 Para acceder a la puerta de un edificio se ha construido una rampa de 8 m de longitud con una inclinación de 3,5º respecto del suelo. Desde el punto donde comienza la rampa se ve la cúspide del edificio bajo un ángulo de 70º. Halla la altura del edificio.



Matemáticas

Actividades

1 Otra operación con vectores es el producto escalar, tal que si $\vec{u} = (x_1, y_1)$ y $\vec{v} = (x_2, y_2)$, entonces su producto escalar es $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$. A partir de esta definición, calcula el producto escalar de los siguientes vectores:

a) $\vec{u} = (3, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 2)$

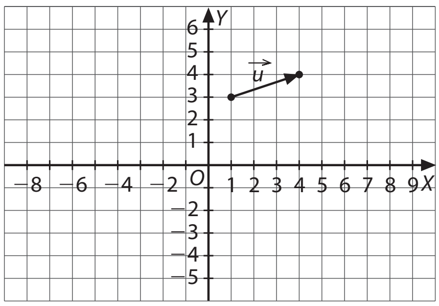
b) $\vec{u} = (2, -5)$ y $\vec{v} = (-4, -5)$

c) $\vec{u} = \left(0, -\frac{1}{3}\right)$ y $\vec{v} = \left(3, \frac{1}{2}\right)$

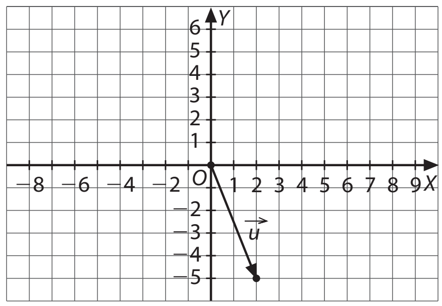
d) $\vec{u} = \left(\frac{2}{3}, -1\right)$ y $\vec{v} = \left(-2, -\frac{3}{4}\right)$

2 Dados los siguientes vectores, representa otro vector perpendicular y halla su producto escalar. ¿A qué conclusión llegas?

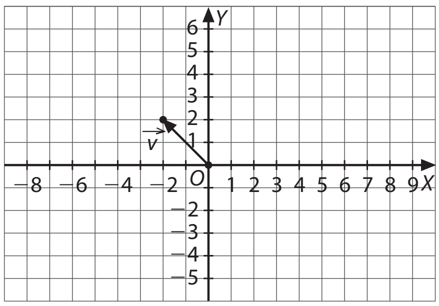
a)



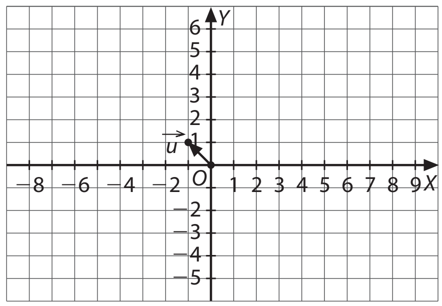
c)



b)



d)



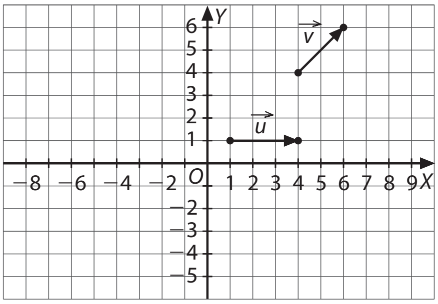
3 Si los vectores de la actividad anterior son los vectores directores de dos rectas *r* y *s*, halla la pendiente de cada recta y observa qué relación hay entre ellas.

Actividades

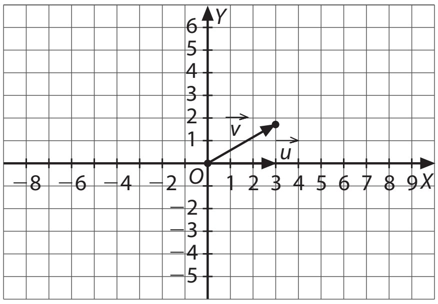
4 Halla la ecuación punto-pendiente de la mediatriz del segmento determinado por $A = (-2, 0)$ y $B = (-4, -4)$.

5 Una propiedad del producto escalar es la siguiente: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}|\,|\vec{v}| \cdot \cos \alpha$, siendo α el ángulo que forman los dos vectores. Comprueba la igualdad con los siguientes vectores:

a)



b)



6 Halla el ángulo que forman los siguientes vectores:

a) $\vec{u} = (2, 5)$ y $\vec{v} = (-3, 4)$

b) $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, -1\right)$ y $\vec{v} = \left(0, -\frac{3}{4}\right)$

c) $\vec{u} = (0, -2)$ y $\vec{v} = (-3, -3)$

d) $\vec{u} = \left(-\frac{4}{5}, 0\right)$ y $\vec{v} = \left(-\frac{2}{5}, 1\right)$

7 Calcula el ángulo que forman las siguientes rectas:

a) $r: 3x - 2y + 4 = 0$
$s: -x + 5y - 3 = 0$

b) $r: x + y + 1 = 0$
$s: 4x - y + 9 = 0$

Actividades

1 Estudia el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x^3 - x^2 - 4x + 4}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^3 - x^2 - 4x + 4}}$

c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{3 - x}}$

2 Demuestra que la función $f(x) = h(x) + h(-x)$ es una función par y que la función $g(x) = h(x) - h(-x)$ es una función impar.

3 Teniendo en cuenta el resultado de la actividad anterior, demuestra que una función $f(x)$ cualquiera puede expresarse como suma de una función par más una función impar. Compruébalo con la función $f(x) = 3x^2 - 4x + 16$.

4 ¿Qué condición debe cumplir la función $f(x) = |ax + b|$, siendo $a > 0$, para ser simétrica respecto del eje Y? ¿Y respecto del eje X?

Actividades

1 Estudia el dominio de definición de las siguientes funciones y represéntalas:

a) $f(x) = \sqrt{2x - 4}$:

b) $f(x) = -\sqrt{-x + 2}$

2 Calcula el valor de m y n para que las siguientes funciones sean continuas:

a) $f(x) = \begin{cases} x - m & \text{si } x \leq 0 \\ 3 & \text{si } 0 < x < 4 \\ n - 2x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{si } x \leq -2 \\ mx + n & \text{si } -2 < x < 2 \\ 3x + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

3 Halla la función exponencial $f(x) = k \cdot a^x$, siendo $a \neq 0$ y $a > 0$, sabiendo que:

a) $f(1) = 6$ y $f(3) = 24$

c) $f(1) = 2{,}2$ y $f(4) = 23{,}425\,6$

b) $f(2) = -9$ y $f(4) = -81$

d) $f(3) = -5{,}488$ y $f(5) = -10{,}756\,48$

Actividades

4 Se llama composición de dos funciones f y g a la función cuya expresión es $g \circ f(x) = g(f(x))$. Fíjate en el ejemplo resuelto y halla y representa la composición $g \circ f(x)$ de las siguientes funciones:

$f(x) = 2x - 4$ y $g(x) = \frac{x}{3}$ $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x - 4) = \frac{2x - 4}{3}$

a) $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x^2 - x + 1$

b) $f(x) = 2 - x$ y $g(x) = \sqrt{x - 2}$

c) $f(x) = 2x^2 + x - 1$ y $g(x) = -2x + 1$

Actividades

1 Dada una variable x cuya media aritmética es $\overline{x}$, demuestra que la variable $y = ax + b$, siendo a y b dos constantes, tiene como media aritmética $\overline{y} = a\overline{x} + b$. Compruébalo con un ejemplo.

2 Ayudándote del resultado anterior, demuestra que si σ_x es la desviación típica de una variable x, entonces la desviación típica de la variable $y = ax + b$ es $\sigma_y = |a|\sigma_x$. Compruébalo con un ejemplo.

Actividades

1 Según las leyes de De Morgan se verifica que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$. Si $P(A) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}2$ y $P(A \cup B) = 0{,}5$, utiliza las propiedades de la probabilidad y las leyes de De Morgan para hallar:

a) $P(A \cap B)$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

2 Si $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}3$, halla:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(A \cap B)$

c) ¿Son A y B sucesos incompatibles? ¿Son independientes?

3 Halla la probabilidad de que al lanzar un dado dos veces los números sean diferentes. ¿Y si se lanzan tres veces? ¿Y si se lanzan 4 veces?

4 Se lanzan varias monedas al aire. Halla la probabilidad de sacar la primera cara en el segundo lanzamiento. ¿Y en el tercero? ¿Y en el lanzamiento *n*-ésimo?

5 Se dispone de una urna *A* con 4 bolas rojas y 2 verdes y de una urna *B* con 2 bolas rojas y 5 verdes. Se lanzan dos monedas al aire de manera que si salen dos caras se extrae una bola de la urna *A* y en caso contrario se elige una de la urna *B*. Haz un diagrama de probabilidad y halla las siguientes probabilidades:

a) La bola es roja.

b) La bola se ha extraído de la urna *A*, sabiendo que es roja.

c) La bola es verde.

d) La bola se ha extraído de la urna *A*, sabiendo que es verde.