

PRACTICA

Sucesiones, formación, término general

1 ■■■ Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

- Cada término se obtiene sumando 7 al anterior. El primero es -10 .
- El primer término es $0,1$. Los demás se obtienen multiplicando el anterior por 2.
- El primero es 2; el segundo, 4, y los siguientes, la semisuma de los dos anteriores.

2 ■■■ Escribe los términos a_{10} y a_{25} de las siguientes sucesiones:

- $a_n = 3n - 1$
- $b_n = \frac{n^2 + 1}{2}$
- $c_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$
- $d_n = 1 + \frac{(-1)^n}{10}$
- $e_n = n(n - 1)$
- $f_n = \frac{n - 2}{n + 2}$

3 ■■■ Escribe los cinco primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_1 = 1 \quad a_n = 2a_{n-1} + 3$$

4 ■■■ Averigua el criterio con el que se han formado las siguientes sucesiones:

- 11, 9, 7, 5, ...
- $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$
- 2,5; 2,9; 3,3; 3,7; ...
- $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- 8, 12, 18, 27, ...
- 0, 3, 8, 15, ...

5 ■■■ Esta es la tabla de multiplicar hasta el 5:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

- Observa las filas y las columnas y escribe el término general de cada una.
- Obtén el término general de la diagonal principal: 1, 4, 9, 16, ...
- La diagonal 2, 6, 12, 20, ... se formó así: $1 \cdot 2$, $2 \cdot 3$, $3 \cdot 4$, $4 \cdot 5$, ... Halla su término general.

6 ■■■ Halla el término general de estas sucesiones:

- 12, 14, 16, 18, ...
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
- 1, 3, 5, 7, ...
- 1, 3, 9, 27, ...

7 ■■■ Busca una ley de recurrencia para definir las siguientes sucesiones:

- 8, 10, 2, -8, -10, ...
- 1, 2, 2, 1, $\frac{1}{2}, \dots$

Progresiones aritméticas

8 ■■■ Escribe los cinco primeros términos y a_{20} de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 1,5$; $d = 2$

b) $a_1 = 32$; $d = -5$

c) $a_1 = 5$; $d = 0,5$

d) $a_1 = -3$; $d = -4$

9 ■■■ Halla, en cada caso, el término general y calcula, después, a_{50} :

a) 25, 18, 11, 4, ...

b) -13, -11, -9, -7, ...

c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ...

d) -3, -8, -13, -18, ...

10 ■■■ Halla el primer término y el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $d = 5$; $a_8 = 37$

b) $a_{11} = 17$; $d = 2$

☞ Ten en cuenta que $a_8 = a_1 + 7d$; sustituye y halla a_1 .

11 ■■■ Halla la diferencia y el primer término de las progresiones aritméticas siguientes:

a) $a_2 = 18$; $a_7 = -17$

b) $a_4 = 15$; $a_{12} = 39$

☞ $a_7 = a_2 + 5d$

12 ■■■ Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 5$; $d = 2$

b) $a_1 = -1$; $a_2 = -7$

c) Los números pares.

d) Los múltiplos de 3.

13 ■■■ ¿Qué lugar ocupa un término cuyo valor es 56 en la progresión aritmética definida por $a_1 = 8$ y $d = 3$?

Progresiones geométricas

14 ■■■ Escribe los cinco primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_1 = 0,3$; $r = 2$

b) $a_1 = -3$; $r = \frac{1}{2}$

c) $a_1 = 200$; $r = -0,1$

d) $a_1 = \frac{1}{81}$; $r = 3$

15 ■■■ Halla, en cada una de las sucesiones siguientes, el término general:

a) 20; 8; 3,2; 1,28; ...

b) 40, 20, 10, 5, ...

c) 6; -9; 13,5; -20,25; ...

d) 0,48; 4,8; 48; 480; ...

16 ■■■ Calcula la razón y el primer término de las progresiones geométricas siguientes:

a) $a_1 = \frac{1}{81}$; $a_3 = \frac{1}{9}$

b) $a_2 = 0,6$; $a_4 = 2,4$

17 ■■■ Halla el primer término y escribe el término general de las siguientes progresiones:

a) $a_3 = 3$; $r = \frac{1}{10}$

b) $a_4 = 20,25$; $r = -1,5$

18 ■■■ Calcula la suma de los diez primeros términos de las progresiones geométricas siguientes:

a) $a_1 = 5$; $r = 1,2$

b) $a_1 = 5$; $r = -2$

19 ■■■ Halla la suma de los infinitos términos de las progresiones geométricas siguientes:

a) $a_1 = 4$; $r = \frac{1}{3}$

b) $a_1 = 17$; $r = 0,95$

PIENSA Y RESUELVE

20 ■■■ Identifica las progresiones aritméticas, las geométricas y las que no son progresiones. Obtén el término general de cada una:

a) $1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \dots$

b) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots$

c) $0,2; 0,02; 0,002; \dots$

d) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

21 ■■■ Calcula la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 1\,000$ y $a_4 = 8$.

¿Se puede hallar la suma de sus infinitos términos?

22 ■■■ En un teatro, la primera fila dista del escenario 4,5 m, y la octava, 9,75 m.

a) ¿Cuál es la distancia entre dos filas?

b) ¿A qué distancia del escenario está la fila 17?

- 23** ■■■ Para preparar una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a hacer un recorrido de 21 km?
- 24** ■■■ En el año 1986 fue visto el cometa *Halley* desde la Tierra, a la que se acerca cada 76 años. Esta era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubrió.
- a) ¿En qué año fue descubierto?
- b) ¿Cuándo será visto en el siglo XXI?
- 25** ■■■ La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?
- 26** ■■■ ¿Cuánto dinero obtendremos si colocamos 3 000 € al 5% de interés anual compuesto durante 4 años? ¿Y si lo colocamos durante 8 años?
- 27** ■■■ Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?
- 28** ■■■ La población de un cierto país aumenta por término medio un 1,12% anual. Si la población actual es de 3 millones, ¿cuál será dentro de 10 años?
- 29** ■■■ Una máquina envasadora pierde cada año un 15% de su valor. Si ha costado 20 000 €, ¿cuál será su valor dentro de 5 años?

- 30** ■■■ Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 1 m en el primer segundo, 4 m en el segundo, 7 m en el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuánto recorre en 20 segundos?
- 31** ■■■ Calcula el número de bloques necesarios para construir una torre como la de la figura de la página 70, pero que tenga 50 pisos.
- 32** ■■■ Depositamos en un banco 1 000 € al 2,5% semestral al comienzo de un cierto año. Averigua el capital disponible al final de cada semestre, durante 3 años, si no sacamos ningún dinero.
- 33** ■■■ Si al comienzo de cada año ingresamos 2 000 € en un banco al 5% anual, ¿cuánto dinero tendremos al final del sexto año?
👉 Mira el problema resuelto 2 de la página 78.
- 35** ■■■ Calcula la fracción generatriz de estos números utilizando el método del ejercicio anterior:
- a) $7,\overline{3}$
 - b) $3,5\overline{4}$
 - c) $0,\overline{23}$

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

36 ■■■ En la progresión $2, \frac{5}{2}, \frac{25}{8}, \frac{125}{32}, \dots$ ¿se puede hallar la suma de sus infinitos términos? Justifica la respuesta.

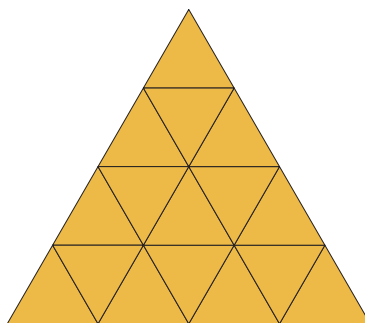
37 ■■■ Si en una progresión aritmética sabemos que $a_2 + a_{13} = 32$; ¿podemos saber cuánto vale $a_8 + a_7$? ¿Por qué?

38 ■■■ Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 1 000 € y una subida de 100 € al año. Otra le ofrece el mismo sueldo con una subida del 10% anual. Razona cuál de las dos es mejor comparando el sueldo dentro de 10 años.

P PROFUNDIZA

39 ■■■ Dibuja un triángulo equilátero de 16 cm de lado. Une los puntos medios de sus lados. ¿Cuántos triángulos obtienes? ¿Cuánto miden sus lados?

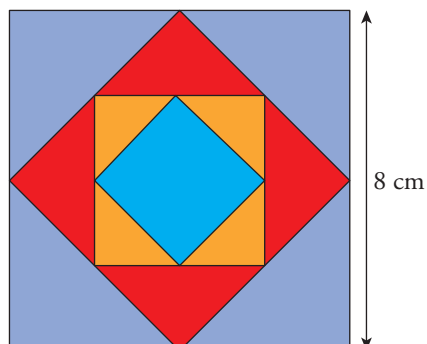
En estos triángulos, vuelve a unir los puntos medios, y así sucesivamente.



Escribe las siguientes sucesiones:

- Número de triángulos que tienes cada vez.
- Longitudes de los lados de esos triángulos.
- Áreas de los triángulos.
- Si multiplicas cada término de la sucesión obtenida en a) por el correspondiente de la sucesión obtenida en c), ¿qué obtienes?

- 40** ■■■ Observa los diferentes cuadrados que hay en esta figura. Se han obtenido uniendo los puntos medios de dos lados contiguos:



- Halla las áreas de los seis primeros cuadrados de esta sucesión. ¿Cuál será su término general?
- Escribe la sucesión formada por las longitudes de los lados.
- Calcula la suma de las áreas de los infinitos cuadrados generados de esa forma.