

PRACTICA

Traducción a lenguaje algebraico

1 Asocia a cada enunciado una de las expresiones algebraicas que aparecen debajo:

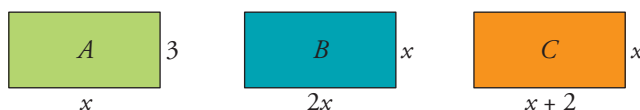
- El cuadrado de un número menos su doble.
- El 80% de un número.
- Un número impar.
- Los dos tercios de un número más cinco unidades.

$$\frac{2}{3}x + 5; \quad x^2 - 2x; \quad 0,8x; \quad 2x + 1$$

2 Expresa en lenguaje algebraico empleando una sola incógnita.

- El triple de un número menos dos.
- El producto de dos números consecutivos.
- El cuadrado de un número más su mitad.
- La suma de un número con otro diez unidades mayor.

3 Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



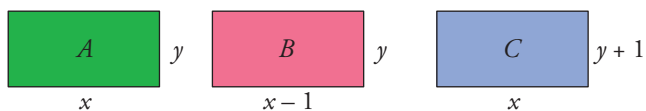
4 ■■■ Traduce a lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.

- La suma de los cuadrados de dos números.
- El cuadrado de la diferencia de dos números.
- La mitad del producto de dos números.
- La semisuma de dos números.

5 ■■■ Si x e y son las edades actuales de dos hermanos, expresa los siguientes enunciados utilizando ambas incógnitas:

- La suma de las edades que tenían hace 5 años.
- El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años.
- La diferencia entre la edad del mayor y la mitad del menor.

6 ■■■ Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



Monomios

7 ■■■ Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

- a) $-5xy$ b) $(-7x)^3$ c) $8x$ d) $(xy)^2$
 e) $\frac{2}{3}x^2y^2$ f) $\frac{4}{5}x^3$ g) $\frac{-3yx}{5}$ h) $\frac{1}{2}x^2$

8 ■■■ Calcula el valor numérico de los monomios del ejercicio anterior para $x = -1$ e $y = 3$.

9 ■■■ Simplifica.

- a) $6x^2 - 7x^2 + 3x^2$ b) $-6xy - 5xy + 10xy$
 c) $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{3}{5}xy^2 - \frac{7}{3}xy^2$ d) $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{5}x^3 - x^3$

10 ■■■ Efectúa.

- a) $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2$ b) $2x + 7y - 3x + y - x^2$
 c) $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2$

11 ■■■ Efectúa los siguientes productos de monomios:

- a) $6x^2(-3x)$ b) $(2xy^2)(4x^2y)$ c) $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right)$ d) $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right)$

Polinomios

12 ■■■ Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(2x^3 - 5x + 3) - (2x^3 - x^2 + 1)$ b) $5x - (3x + 8) - (2x^2 - 3x)$

¿Cuál es el grado de cada polinomio?

13 ■■■ Considera estos polinomios:

$$A = 3x^3 - 5x^2 + x - 1 \quad B = 2x^4 + x^3 - 2x + 4 \quad C = -x^3 + 3x^2 - 7x$$

Halla: $A + B$; $A - C$; $A - B + C$

14 ■■■ Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante.

a) $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$

b) $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$

c) $\frac{1}{3}x^2\left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 9\right)$

15 ■■■ Opera y simplifica.

a) $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$

b) $(x + 4)(2x^2 + 3x - 5) - 3x(-x + 1)$

c) $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$

d) $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

16 ■■■ Extrae factor común.

a) $12x^3 - 8x^2 - 4x$

b) $-3x^3 + x - x^2$

c) $2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2$

d) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$

17 ■■■ Extrae factor común como en el ejemplo.

$$\begin{aligned} \bullet 3x(x+1) - x^2(x+1) + (x+1)(x^2-2) &= (x+1)[3x - x^2 + x^2 - 2] = \\ &= (x+1)(3x-2) \end{aligned}$$

a) $2x(x-2) + x^2(x-2) - 3(x-2)$

b) $x^2(x+1) - x^2(x+2) + 2x^2(x-3)$

c) $3x^2(x+3) - 6x(x+3)$

Identidades notables

18 ■■■ Desarrolla estas expresiones:

a) $(x+6)^2$

b) $(7-x)^2$

c) $(3x-2)^2$

d) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

e) $(x-2y)^2$

f) $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2$

19 ■■■ Efectúa estos productos:

a) $(x + 7)(x - 7)$

b) $(3 + x)(3 - x)$

c) $(3 + 4x)(3 - 4x)$

d) $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

e) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

f) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

20 ■■■ Simplifica todo lo posible las expresiones siguientes:

a) $(x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - 9$

c) $3x(x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

d) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2$

21 ■■■ Transforma en diferencia de cuadrados.

a) $(2x + 7)(2x - 7)$

b) $(4x - 1)(4x + 1)$

c) $(x^2 + x)(x^2 - x)$

d) $(1 - 5x)(1 + 5x)$

22 ■■■ Completa con el término que falta para que cada expresión sea el cuadrado de una suma o el de una diferencia:

a) $x^2 + \dots + 4x$

b) $x^2 + \dots - 10x$

c) $x^2 + 9 + \dots$

d) $x^2 + 16 - \dots$

23 ■■■ Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

• $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot 5x = (x + 5)^2$

a) $x^2 + 49 - 14x$

b) $x^2 + 1 - 2x$

c) $4x^2 + 1 + 4x$

d) $x^2 + 12x + 36$

Fracciones algebraicas

24 ■■■ Simplifica estas fracciones algebraicas:

$$\text{a) } \frac{9x}{12x^2}$$

$$\text{b) } \frac{x(x+1)}{5(x+1)}$$

$$\text{c) } \frac{x^2(x+2)}{2x^3}$$

25 ■■■ Simplifica las siguientes fracciones algebraicas. Para ello, saca factor común:

$$\text{a) } \frac{x^2 - 4x}{x^2}$$

$$\text{b) } \frac{3x}{x^2 + 2x}$$

$$\text{c) } \frac{3x + 3}{(x + 1)^2}$$

$$\text{d) } \frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2}$$

$$\text{e) } \frac{8x^3 - 4x^2}{(2x - 1)^2}$$

$$\text{f) } \frac{5x^3 + 5x}{x^4 + x^2}$$

26 ■■■ Opera, y simplifica si es posible.

$$\text{a) } \frac{x}{x+1} \cdot \frac{3}{x^2}$$

$$\text{b) } \frac{3x+2}{x-1} : \frac{x+1}{x}$$

$$\text{c) } \frac{3}{(x-1)^2} : \frac{2}{x-1}$$

$$\text{d) } (x+1) : \frac{x^2-1}{2}$$

27 ■■■ Efectúa.

$$\text{a) } \frac{1}{6x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x^3}$$

$$\text{b) } \frac{2}{x} + \frac{x-1}{x-7}$$

$$\text{c) } \frac{2}{x} - \frac{3}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}$$

$$\text{d) } \frac{2x}{x-3} - \frac{x-1}{x+3}$$

$$\text{e) } \frac{3}{x-1} + \frac{1}{2x} + \frac{x}{4}$$

$$\text{f) } \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x^2+x} + 2$$

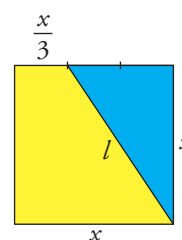
PIENSA Y RESUELVE

28 ■■■ Expresa algebraicamente:

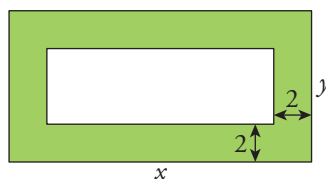
a) El área del triángulo azul.

b) El área del trapecio amarillo.

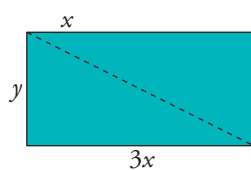
c) La longitud de l .



29 ■■■ Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada.



30 ■■■ Expresa algebraicamente el área y la diagonal mayor de este trapecio:



32 ■■■ Reduce las siguientes expresiones:

a) $6\left(\frac{5x-4}{6} + \frac{2x-3}{2} - \frac{x-1}{3}\right)$

b) $12\left(\frac{x+6}{3} - \frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4}\right)$

c) $4\left[(x-2)^2 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right]$

d) $30\left[\frac{x(x-2)}{15} - \frac{(x+1)^2}{6} + \frac{1}{2}\right]$

33 ■■■ Multiplica cada expresión por el mín.c.m. de los denominadores y simplifica el resultado.

$$\text{a) } \frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6}$$

$$\text{c) } \frac{(2x-5)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{6}$$

$$\text{d) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x+2)}{4} - \frac{(3x+2)^2}{8}$$

$$\text{e) } \frac{5(x-1)^2}{9} - \frac{7(x+2)^2}{12} + \frac{x(x+3)}{2}$$

34 ■■■ Expresa como el cuadrado de una suma, como el cuadrado de una diferencia o como una diferencia de cuadrados.

$$\text{a) } x^2 + 9 - 6x$$

$$\text{b) } 4x^2 + 1 + 4x$$

$$\text{c) } 4x^2 - 9$$

$$\text{d) } 9x^2 - 12x + 4$$

$$\text{e) } 16x^2 - 1$$

$$\text{f) } 16x^2 + 40x + 25$$

35 ■■■ Transforma en producto como en el ejemplo.

• $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

a) $x^3 - 4x$

b) $4x^3 - 4x^2 + x$

c) $x^4 - x^2$

d) $3x^4 - 24x^3 + 48x^2$

36 ■■■ Simplifica. Para ello, transforma en producto el numerador y el denominador.

a) $\frac{2x + 4}{3x^2 + 6x}$

b) $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$

c) $\frac{x - 2}{x^2 + 4 - 4x}$

d) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$

e) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$

f) $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x + 3}$

37 ■■■ Expresa cada enunciado con una identidad:

- La raíz cuadrada del cociente de dos números es igual al cociente de las raíces cuadradas del dividendo y del divisor.
- La potencia del producto de dos números es igual al producto de las potencias de los factores.
- La hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos.
- El producto de un número por el siguiente es igual a ese número más su cuadrado.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

38 ■■■ ¿Cuándo se dice que un número es *raíz* de un polinomio?

Comprueba si 3 es raíz de alguno de estos polinomios:

$$P = x^3 - 2x^2 + x - 12$$

$$Q = x^3 - 5x^2 - 7x$$

$$R = (x^4 - 5x + 10)(x - 3)$$

¿Es 0 raíz de alguno de los polinomios anteriores?

39 ■■■ ¿Cuál debe ser el valor de k para que -2 sea raíz del polinomio:

$$x^3 - 5x^2 - 7x + k?$$

Justifica tu respuesta.

40 ■■■ ¿Cuál es el resultado de multiplicar una fracción por su inversa?

Compruébalo con $\frac{x}{x+2}$ y su inversa.

41 ■■■ a) Simplifica esta expresión: $a^2 - (a+1)(a-1)$.

b) ¿Sabes cuál es el valor de $7\,500^2 - 7\,501 \cdot 7\,499$ sin utilizar la calculadora?

42 ■■■ a) Simplifica la expresión $(a+1)^2 - (a-1)^2$.

b) Halla, sin utilizar la calculadora, el valor de $2\,501^2 - 2\,499^2$

43 ■■■ Averigua cuál debe ser el valor de a , en cada caso, para que las dos expresiones sean idénticas:

a) $(3x+a)(3x-a) + 7$ y $9x^2 - 18$ b) $(x-a)^2 + 2xa - 46$ y $x^2 + 18$

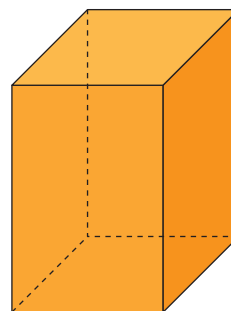
PROFUNDIZA

44 ■■■ Opera y simplifica todo lo posible las siguientes expresiones:

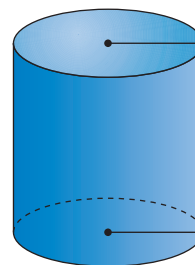
a) $\frac{x}{x^2 - 1} : \left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} \right)$ b) $\left(\frac{-4x}{(x+2)^2} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x^2+4}$

c) $1 - \frac{3}{x} : \left[(x+2) - \frac{x^2+1}{x} \right]$

45 ■■■ Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números consecutivos.



- 46 Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un cilindro cuya altura mide el doble del radio de la base.



- 47 Expresa algebraicamente el área de este trapecio isósceles:

 Quizá te sea útil recordar el teorema de Pitágoras.

