

**PRACTICA****Ecuaciones: soluciones por tanteo**

**1** ■■■ ¿Es 3 o -2 solución de alguna de las siguientes ecuaciones? Compruébalo.

a)  $\frac{3-x}{5} + \frac{x}{3} = \frac{1}{3}$

b)  $2^x + 2^{x-1} - 2^{x+1} = -4$

c)  $(2-x)^3 + 3x = x^2 - 1$

d)  $\sqrt{14-x} = 4$

**3** ■■■ Resuelve mentalmente y explica el proceso que has seguido.

a)  $(x-2)^2 = 100$

b)  $7 - \frac{x+2}{3} = 4$

c)  $\frac{5x-13}{4} = 3$

d)  $\frac{x^4+2}{3} = 6$

e)  $3 - 2^{x-5} = 2$

f)  $\sqrt{x-7} = 5$

**4** ■■■ Busca por tanteo una solución exacta de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $3^{x-5} = 27$

b)  $\sqrt{x+9} = 13$

c)  $(x+1)^3 = 216$

d)  $x^3 - x^2 - x = 15$

**5** ■■■ Busca por tanteo una solución aproximada de las siguientes ecuaciones:

a)  $x^3 = 381$

b)  $x^4 - x^2 = 54$

c)  $x - \sqrt{x+5} = 0$

d)  $3^{x-1} = 0,005$

e)  $5^x = 0,32$

f)  $x^{0,75} = 17$

## Ecuaciones de primer grado

**6** ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución de cada una:

a)  $3x - 2(x+3) = x - 3(x+1)$

b)  $4 + x - 4(1-x) + 5(2+x) = 0$

c)  $2x + 7 - 2(x-1) = 3(x+3)$

d)  $4(2x-7) - 3(3x+1) = 2 - (7-x)$

**7** ■■■ Comprueba si estas dos ecuaciones son equivalentes:

$$2(x-1) + x + 1 = 2x + 1$$

$$2x - 1 - (x-1) = 2(3x-5)$$

**8** ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2(2 - 3x) - 3(3 - 2x) = 4(x + 1) + 3(4 - 5x)$

b)  $\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3} - 2$

c)  $1 = \frac{x+3}{3} - \frac{x}{2}$

d)  $\frac{3x+4}{5} = \frac{x+2}{2}$

e)  $\frac{5x-16}{6} = -\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3}$

f)  $\frac{2x-4}{3} = 3 - \frac{4+x}{2}$

**9** ■■■ Resuelve y comprueba la solución de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = -\frac{x-4}{4} + \frac{x-5}{5}$

b)  $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} = \frac{x+1}{4}$

c)  $\frac{x+5}{5} - \frac{x+5}{24} = \frac{x+6}{10} + \frac{x+4}{60}$

**10** ■■■ Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla sus soluciones:

a)  $(4x - 3)(4x + 3) - 4(3 - 2x)^2 = 3x$

b)  $2x(x + 3) + (3 - x)^2 = 3x(x + 1)$

c)  $(2x - 3)^2 + (x - 2)^2 = 3(x + 1) + 5x(x - 1)$

d)  $\frac{x(x + 1)}{2} - \frac{(2x - 1)^2}{8} = \frac{3x + 1}{4} - \frac{1}{8}$

## Ecuaciones de segundo grado

**11** ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a)  $3x^2 - 12x = 0$

c)  $2x^2 - 5x = 0$

e)  $9x^2 - 25 = 0$

g)  $16x^2 = 100$

b)  $x - 3x^2 = 0$

d)  $2x^2 - 8 = 0$

f)  $4x^2 + 100 = 0$

h)  $3x^2 - 6 = 0$

**12** ■■■ Resuelve.

a)  $x^2 + 4x - 21 = 0$

c)  $9x^2 - 12x + 4 = 0$

e)  $4x^2 + 28x + 49 = 0$

g)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

b)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

d)  $x^2 + x + 3 = 0$

f)  $x^2 - 2x + 3 = 0$

h)  $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

**13** ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8$

b)  $(2x - 3)(2x + 3) - x(x + 1) - 5 = 0$

c)  $(2x + 1)^2 = 4 + (x + 2)(x - 2)$

d)  $(x + 4)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$

**14** ■■■ Resuelve las ecuaciones siguientes:

$$\text{a) } \frac{(5x-4)(5x+4)}{4} = \frac{(3x-1)^2 - 9}{2}$$

$$\text{b) } \frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$$

$$\text{c) } \frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{(x+1)(x-2)}{6} - 1 = \frac{x-3}{3}$$

$$\text{d) } \frac{(x-1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x+1}{5} = 0$$

$$\text{e) } \frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} = \frac{1}{6}$$

**PIENSA Y RESUELVE**

**15** ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $0,5 [1 - (x + 2)^2] = -x - 0,5 (x^2 - 1)$

b)  $0,3x^2 + 2,4x - 6 = 0$

c)  $(x - 3,2)(x - 1,5) = 0$

d)  $4(x + 11)^2 - 100 = 0$



**16** ■■■ Algunas de las siguientes “ecuaciones” no tienen solución y otras tienen infinitas soluciones. Resuélvelas y compruébalo (recuerda que, en realidad, estas igualdades no son ecuaciones, ya que no tienen término en  $x$ ).

a)  $4(2x + 1) - 3(x + 3) = 5(x - 2)$       b)  $2(x - 3) + 1 = 3(x - 1) - (2 + x)$

c)  $\frac{3x + 1}{2} = 2x - \frac{x - 1}{2}$       d)  $x + \frac{2x - 7}{4} = 2x + \frac{1 - x}{2}$

**17** ■■■ La suma de tres números naturales consecutivos es igual al quíntuple del menor menos 11. ¿Cuáles son esos números?

**18** ■■■ Calcula un número tal que sumándole su mitad se obtiene lo mismo que restando 6 a los  $\frac{9}{5}$  de ese número.

**19** ■■■ Halla tres números impares consecutivos tales que su suma sea 117. (Un número impar es  $2x + 1$ ).

- 20** ■■■ Calcula las longitudes de los lados de un rectángulo de perímetro 82 cm y cuya base mide 8 cm más que la altura.
- 21** ■■■ He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?
- 22** ■■■ El precio de unos zapatos ha subido un 15% en diciembre y ha bajado un 20% en enero. De esta forma, el precio inicial ha disminuido en 6,96 €. ¿Cuál era el precio inicial?
- 23** ■■■ Luis y Miguel han comprado dos videojuegos que tenían el mismo precio, pero han conseguido una rebaja del 16% y del 19%, respectivamente. Si Luis pagó 1,26 € más que Miguel, ¿cuál era el precio que tenía el videojuego?
- 24** ■■■ Calcula el capital que colocado al 6% de interés compuesto durante dos años se ha convertido en 3 293 €.

**25** ■■■ Si un número aumenta un 30%, resulta 189 unidades mayor que si disminuye un 15%. ¿Cuál es ese número?

**26** ■■■ Con 3,5 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?

**27** ■■■ Tres amigos trabajan 20, 30 y 50 días en un negocio. Al cabo de tres meses, se reparten los beneficios correspondiendo al tercero 300 € más que al segundo. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

☞ Si  $x$  son los beneficios, al primero le corresponde  $\frac{x}{100} \cdot 20$ .

**29** ■■■ Del dinero de una cuenta bancaria retiramos  $\frac{1}{7}$ ; ingresamos después  $\frac{2}{15}$  de lo que quedó y aún faltan 12 € para tener la cantidad inicial. ¿Cuánto dinero había en la cuenta?

**30** ■■■ De un depósito de agua se sacan un  $\frac{2}{7}$  de su contenido; después, 40 litros, y por último,  $\frac{5}{11}$  del agua restante, quedando aún 60 l. ¿Cuánta agua había en el depósito?

**32** ■■■ Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

**33** ■■■ La edad actual de un padre es el triple que la de su hijo y dentro de 14 años será el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?

**34** ■■■ Calcula cuántos litros de aceite de orujo de 1,6 €/l tenemos que añadir a un bidón que contiene 60 l de aceite de oliva de 2,8 €/l para obtener una mezcla de 2,5 €/l.

👁 Mira el problema resuelto 2 de la página 113.

**35** ■■■ Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la pintura barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio del kilo de cada clase de pintura?

<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>
-----------------	---------------	--------------

PINTURA I

PINTURA II

MEZCLA

**36** ■■■ Una marca de café se elabora con un 30% de café colombiano de 18 €/kg, y el resto, con otro tipo de café. La mezcla resulta a 14,15 €/kg. ¿Cuál es el precio del café más barato?

**37** ■■■ Un centro escolar contrató un autobús para una salida al campo. Con todas las plazas ocupadas, el precio del billete es 12 €; pero quedaron 4 plazas libres por lo que el viaje costó 13,5 €. ¿Cuántas plazas tiene el autobús?

☞ Con  $x$  plazas a 12 € se obtiene lo mismo que con  $x - 4$  plazas a 13,5 €.

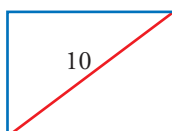
**39** ■■■ Un ciclista que va a 21 km/h tarda tres cuartos de hora en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 2,25 km. ¿Qué velocidad lleva el que va delante?

☞ La velocidad con la que se acercan es la diferencia de las velocidades absolutas.

**40** ■■■ La distancia entre dos ciudades,  $A$  y  $B$ , es 280 km. Un tren sale de  $A$  a 80 km/h, y media hora más tarde sale un coche de  $B$  hacia  $A$  que tarda 1,2 horas en cruzarse con el tren. ¿Qué velocidad lleva el coche?

☞ Ten en cuenta que el tren ha recorrido 40 km cuando sale el coche.

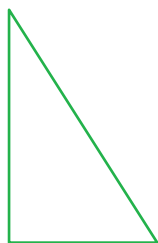
- 41**  Si al cuadrado de un número le restamos su triple, obtenemos 130. ¿Cuál es el número?
- 42**  Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145.
- 43**  Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quíntuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata?
- 44**  Calcula los lados de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y en el que la base mide 2 cm más que la altura.



**45** ■■■ Si duplicamos el lado de un cuadrado, su área aumenta en  $147 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

**46** ■■■ Los catetos de un triángulo rectángulo suman  $18 \text{ cm}$  y su área es  $40 \text{ cm}^2$ . Halla los catetos de este triángulo.

👉 Si un cateto mide  $x \text{ cm}$ , el otro medirá  $(18 - x) \text{ cm}$ .



**47** ■■■ La base de un rectángulo mide  $5 \text{ cm}$  más que la altura. Si disminuimos la altura en  $2 \text{ cm}$ , el área del nuevo rectángulo será  $60 \text{ cm}^2$ . Halla los lados del rectángulo.

**48** ■■■ El perímetro de un rombo es  $140 \text{ cm}$  y sus diagonales se diferencian en  $14 \text{ cm}$ . Halla la medida de sus diagonales.

👉 Si una diagonal mide  $x$ , la otra medirá  $x + 14$ . El lado con la mitad de cada diagonal forma un triángulo rectángulo.

**R REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA**

**49** ■■■ Si al resolver una ecuación de primer grado llegamos a  $0 \cdot x = 3$ , ¿cuántas soluciones tiene la ecuación? ¿Y si llegamos a  $0 \cdot x = 0$ ?

**50** ■■■ Justifica cuántas soluciones tiene cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $3(5 - x) + 2x = 8 - (1 + x)$

b)  $x - 1 + \frac{3 - x}{3} = \frac{2}{3}x$

c)  $8 - 2(2 - x) = 4\left(1 - \frac{x}{2}\right)$

**51** ■■■ Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es  $\Delta = 5$ , ¿qué podemos decir del número de soluciones de la ecuación? ¿Y si  $\Delta = 0$ ?



**53** ■■■ Resuelve como en el ejercicio anterior:

a)  $(x + 3)(x - 2) = 0$

b)  $x(5x - 2) = 0$

c)  $(x - 4)^2 = 0$

d)  $5(2x - 3)^2 = 0$

**55** ■■■ Inventa ecuaciones de segundo grado con:

a) Dos soluciones:  $x = -2$  y  $x = 3$

b) Dos soluciones:  $x = 3$  y  $x = -\frac{2}{3}$

c) Dos soluciones:  $x = 0$  y  $x = -5$

d) Una solución:  $x = 4$

e) Ninguna solución.

**56** ■■■ En la ecuación  $x^2 - 14x + m = 0$ :

a) ¿Qué valor debe tomar  $m$  para que tenga dos soluciones iguales?

b) ¿Y para que sean distintas?

c) ¿Y para que no tenga solución?

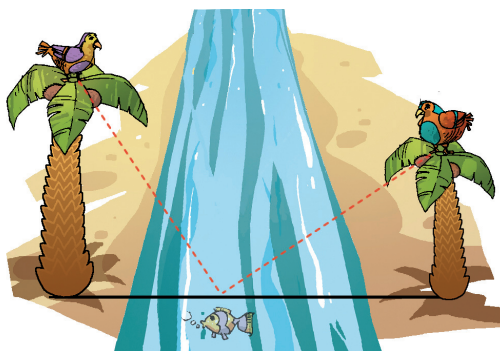
**57** ■■■ ¿Cuál debe ser el valor de  $a$  para que  $x = 2$  sea solución de la ecuación  $(x - 3)^2 - x^3 + a = 0$ ? Justifica tu respuesta.

**58** ■■■ ¿Son equivalentes las ecuaciones  $x^2 - 2x = 0$  y  $2x - 4 = 0$ ? Justifica tu respuesta.

- 59  La ecuación  $x^2 + bx + 4 = 0$  ¿puede tener por soluciones 2 y 3? Razona tu respuesta.

### PROFUNDIZA

- 60  Expresa en función de  $m$  la solución de la ecuación  $mx - m = x + 3m$ .  
¿Para qué valor de  $m$  la ecuación no tiene solución?
- 61  En las dos orillas de un río hay dos palmeras. La más alta mide 30 codos; la otra, 20 codos, y la distancia entre ambas es de 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. Al descubrir los dos pájaros un pez en la superficie del río, se lanzan rápidamente, alcanzando al pez al mismo tiempo.  
¿A qué distancia del tronco de la palmera más alta apareció el pez?



**62** ■■■ Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, el resultado es 18. Averigua cuál es el número sabiendo que la cifra de las unidades es 2.

**63** ■■■ Para saldar una deuda, un banco me ofrece dos opciones. Pagarla dentro de 2 años con un 8% de interés anual o pagarla dentro de 9 meses al 15% de interés anual. Con la segunda opción pago 577,3 € menos que con la primera. Calcula el dinero que debo.

#### **64** ■■■ Ejercicio resuelto

Resolver la ecuación  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ .

Es una ecuación bicuadrada.

Hacemos el cambio  $x^2 = y$ .

Sustituimos en la ecuación y resolvemos:

$$y^2 - 13y + 36 = 0 \begin{cases} y = 9 \rightarrow x^2 = 9 \begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases} \\ y = 4 \rightarrow x^2 = 4 \begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases} \end{cases}$$

Comprueba las cuatro soluciones de la ecuación.

Las soluciones son  $x = 3$ ;  $x = -3$ ;  $x = 2$  y  $x = -2$ .

**65** ■■■ Resuelve como en el ejercicio anterior las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a)  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

b)  $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

c)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

d)  $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

### 66 ■ ■ ■ Ejercicio resuelto

Resolver la ecuación  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{12}$ .

- Multiplicamos los dos miembros por  $12x(x+1)$ , que es el mín.c.m. de los denominadores.

$$12(x+1) - 12x = x(x+1) \rightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

- Resuelve esta ecuación y comprueba las soluciones en la ecuación dada.

$$x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 12}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 3: \frac{1}{3} - \frac{1}{3+1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12} \rightarrow x = 3 \text{ es solución.}$$

$$x = -4: \frac{1}{-4} - \frac{1}{(-4)+1} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{-3+4}{12} = \frac{1}{12} \rightarrow x = -4 \text{ es solución}$$

**67** ■■■ Resuelve como en el ejercicio anterior:

$$\text{a) } \frac{1}{x} - 3x = \frac{x-3}{2x}$$

$$\text{b) } \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = 0$$

$$\text{c) } \frac{15}{x} = \frac{-72 - 6x^2}{2x^2} + 2$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{x-1} - 3 = \frac{2-x}{x}$$

### **68** ■■■ Ejercicio resuelto

Resolver la ecuación  $\sqrt{7-3x} + x = 1$ .

Dejamos solo el radical en el primer miembro y elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$\begin{aligned} \sqrt{7-3x} = 1-x &\rightarrow 7-3x = 1-2x+x^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow x = \dots \end{aligned}$$

Después de resolver esta ecuación, es necesario comprobar las soluciones en la ecuación dada. Solo uno de los valores que has obtenido es solución de la ecuación.

**69** ■■■ Resuelve como en el ejercicio anterior:

a)  $\sqrt{x^2 + 7} + 2 = 2x$

b)  $x + 1 - \sqrt{5x - 1} = 0$

c)  $\sqrt{x + 7} = x + 1$

d)  $\sqrt{2x - 3} + 1 = x$

## 70 ■■■ Ejercicio resuelto

Un depósito de agua para riego tiene un grifo de abastecimiento y un desagüe. El grifo llena el depósito en 9 horas. Si además del grifo se abre el desagüe, el depósito tarda 36 horas en llenarse. Averiguar cuánto tarda el desagüe en vaciar el depósito lleno, estando cerrado el grifo.

- El grifo llena, en 1 hora,  $\frac{1}{9}$  del depósito.
- El desagüe vacía, en 1 hora,  $\frac{1}{x}$  del depósito.

Abriendo los dos, llenan en 1 hora  $\frac{1}{36}$  del depósito.

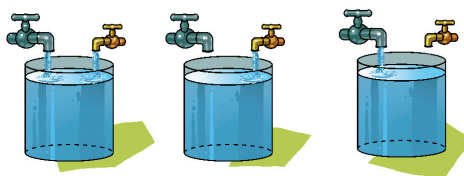
Por tanto:  $\frac{1}{9} - \frac{1}{x} = \frac{1}{36}$

Resuelve la ecuación y di cuál es la solución.

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} - \frac{1}{x} = \frac{1}{36} &\rightarrow 36x\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{x}\right) = 36x \cdot \frac{1}{36} \rightarrow 4x - 36 = x \rightarrow \\ &\rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = 12 \end{aligned}$$

El desagüe tarda 12 horas en vaciar el depósito.

- 71** ■■■ Dos grifos llenan un depósito en 3 horas si se abren a la vez. Si solo se abre uno de ellos, tardaría 5 horas en llenar el depósito. ¿Cuánto tardará el otro grifo en llenar el depósito en solitario?



**72** ■■■ Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. Abriendo los dos a la vez tardan 8 horas en llenar dicho depósito. ¿Cuánto tardará cada uno de ellos en llenarlo?

**73** ■■■ Un pintor tarda 3 horas más que otro en pintar una pared. Trabajando juntos pintarían la misma pared en 2 horas. Calcula cuánto tarda cada uno en hacer el mismo trabajo en solitario.