

PRACTICA

1 Comprueba si $x = 2$, $y = -1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 5x + y = -10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

2 Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 3$, $y = -1/2$:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ x - 4y = \dots \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} + y = \dots \\ x - y = \dots \end{cases}$$

3 a) Busca dos soluciones de la ecuación $3x - y = 1$.

b) Representa gráficamente la recta $3x - y = 1$.

c) Un punto cualquiera de la recta ¿es solución de la ecuación?

4 ■■■ a) Representa gráficamente en los mismos ejes las dos rectas siguientes:

$$2x + y = 3 \quad x - y = 3$$

b) Di cuál es la solución de este sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

5 ■■■ Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$$

6 ■■■ Resuelve por sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$$

7 ■■■ Resuelve por igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

8 ■■■ Resuelve por reducción.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases}$$

9 ■■■ Resuelve estos sistemas por el método que consideres más adecuado:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x = 1 + y \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases}$$

10 ■■■ Resuelve los sistemas siguientes:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2}y = 5 \end{cases}$$

11 ■■■ Observa las ecuaciones que forman los siguientes sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$$

12 ■■■ Completa los siguientes sistemas de modo que el primero tenga la solución $x = 3$, $y = -2$; el segundo sea incompatible y el tercero y el cuarto sean indeterminados:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases}$$

13 ■■■ Representa los pares de rectas correspondientes a cada sistema y di si son equivalentes:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

14 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando dos veces el método de reducción para despejar cada una de las incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases}$$

15 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones. Para ello, simplifica previamente las ecuaciones que los forman:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{3}x + y = -1 \\ \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{6} = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$

16 Resuelve los siguientes sistemas. Indica si alguno de ellos es incompatible o indeterminado.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3(x - 1) + y = 0 \\ 3(x + 1) + y = -5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$$

P IENSA Y RESUELVE

17 Halla dos números tales que su suma sea 160, y su diferencia, 34.

- 18** ■■■ Por dos bolígrafos y tres cuadernos he pagado 7,80 €; por cinco bolígrafos y cuatro cuadernos, pagué 13,2 €. ¿Cuál es el precio de un bolígrafo? ¿Y de un cuaderno?
- 19** ■■■ Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Obtuvo por la venta 1 368 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase?
- 20** ■■■ En un corral hay conejos y gallinas que hacen un total de 29 cabezas y 92 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?
- 21** ■■■ Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

22 ■■■ Una cooperativa ha envasado 2 000 l de aceite en botellas de 1,5 l y 2 l. Si ha utilizado 1 100 botellas, ¿cuántas se han necesitado de cada clase?

23 ■■■ Halla dos números naturales tales que su suma sea 154, y su cociente, $\frac{8}{3}$.

24 ■■■ Halla dos números naturales que suman 140 y tales que al dividir el mayor entre el menor obtenemos 2 de cociente y 14 de resto.

👉 *Recuerda: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$.*

25 ■■■ La suma de las edades de una madre y su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

	HOY	HACE 10 AÑOS
MADRE		
HIJO		

- 26** ■■■ Hace tres años la edad de Nuria era el doble de la de su hermana Marta. Dentro de 7 años, será los $\frac{4}{3}$ de la que entonces tenga Marta. Calcula la edad actual de cada una.

	HOY	HACE 3 AÑOS	DENTRO DE 7 AÑOS
NURIA			
MARTA			

- 27** ■■■ La base menor de un trapecio isósceles mide 6 m y la base mayor mide lo mismo que los lados iguales juntos. Si el perímetro del trapecio es 38 m, ¿cuánto mide cada lado?

- 28** ■■■ He cambiado un montón de monedas de 20 céntimos por monedas de 1 €, de manera que ahora tengo 24 monedas menos que antes. ¿Cuántas monedas de 20 céntimos tenía?

- 29** ■■■ Si Álvaro regala a Rita 4 de sus discos, ella tendrá el doble que él. Si Rita da 6 de sus discos a Álvaro, entonces será él el que tenga el doble que ella. ¿Cuántos discos tiene cada uno?

30 ■■■ Problema resuelto

He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. En la camiseta me han hecho un 18% de descuento, y en el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

La camiseta vale x ; con la rebaja del 18% pago $0,82x$. El pantalón vale y ; con la rebaja del 22% pago $0,78y$.

Por tanto:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 70 \\ 0,82x + 0,78y = 55,72 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 70 - x \\ 0,82x + 0,78(70 - x) = 55,72 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 0,82x + 54,6 - 0,78x = 55,72 \rightarrow \\ &\rightarrow 0,04x = 1,12 \rightarrow x = 28 \rightarrow \\ &\rightarrow y = 70 - 28 = 42 \end{aligned}$$

La camiseta vale 28 €, y el pantalón, 42 €.

$$\text{Comprobación: } \begin{cases} 28 + 42 = 70 \\ 22,96 + 32,76 = 55,72 \end{cases}$$

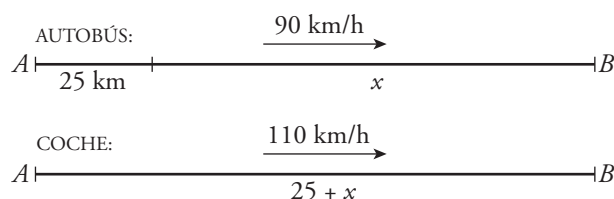
31 ■■■ Por unos zapatos y una chaqueta he pagado 126 €. Si el precio de los zapatos aumentara en un 14%, entonces sería igual al 75% del precio de la chaqueta. ¿Cuánto he pagado por cada uno?

32 ■■■ Los alumnos de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

- 33** ■■■ Un comerciante compró 35 juegos de un tipo y 25 de otro pagando por ellos 1 220 €. Con la venta de los primeros ganó un 25% y con los segundos perdió el 5%, de forma que obtuvo 170 € de ganancia sobre el precio de compra. Calcula el precio de compra de cada tipo de juego.

34 ■■■ Problema resuelto

Un autobús sale de A a 90 km/h. Cuando ha recorrido 25 km, sale de A un coche a 110 km/h que quiere alcanzar al autobús. ¿Cuánto tiempo tarda en hacerlo y qué distancia recorre hasta conseguirlo?



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
AUTOBÚS	x	90	t
COCHE	$25 + x$	110	t

Sabemos que $\text{espacio} = \text{velocidad} \cdot \text{tiempo}$.

$$\left. \begin{array}{l} x = 90t \\ 25 + x = 110t \end{array} \right\} \rightarrow 25 + 90t = 110t \rightarrow 20t = 25 \rightarrow t = 1,25 \rightarrow x = 112,5$$

Tarda 1,25 h y recorre 137,5 km.

- 35** ■■■ Un tren regional sale de una estación a 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo.

- 36** ■■■ Dos ciudades, A y B , distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A . Tardan en cruzarse 1 hora y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad de cada uno sabiendo que la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?
- 37** ■■■ Un automóvil tarda dos horas en recorrer la distancia entre dos ciudades. Si su velocidad hubiera sido superior en 30 km/h, habría tardado una hora y cuarto. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?
- 38** ■■■ Un autobús escolar hace la ruta entre dos pueblos, A y B . Cuando va con niños, lleva una velocidad media de 60 km/h y tarda un cuarto de hora más que si va vacío con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuál es la distancia entre A y B ?
- 39** ■■■ Hemos mezclado aceite de oliva de 3,5 €/l con aceite de girasol de 2 €/l para obtener 50 l de mezcla a 3,08 €/l. Calcula la cantidad de aceite de oliva y de aceite de girasol que hemos mezclado.

	CANTIDAD	PRECIO
OLIVA		
GIRASOL		
MEZCLA		

- 40** ■■■ Si en un depósito que contiene agua a 50 °C añadimos agua a 15 °C, obtenemos 150 l a 36 °C. ¿Cuántos litros había en el depósito y cuántos hemos añadido?

41 ■■■ Problema resuelto

Las dos cifras de un número suman 7. Si invertimos el orden de estas, obtenemos otro número que es igual al doble del anterior más 2 unidades. ¿Cuál es el número inicial?

Cifra de las decenas: x

Cifra de las unidades: y

Número inicial: $10x + y$

Número invertido: $10y + x$

1.ª condición: $x + y = 7$

2.ª condición: $10y + x = 2(10x + y) + 2$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x = 2(10x + y) + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x = 20x + 2y + 2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ 10(7 - x) + x = 20x + 2(7 - x) + 2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 70 - 10x + x = 20x + 14 - 2x + 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 27x = 54 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 5$$

El número buscado es 25.

42 ■■■ Un número de tres cifras es capicúa y sus cifras suman 10. Si a dicho número le sumamos 10 veces la cifra de las decenas, el resultado es 261. ¿Cuál es el número?

43 ■■■ Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, obtenemos el doble de la cifra de las decenas del número inicial. Halla dicho número sabiendo que sus cifras suman 16.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

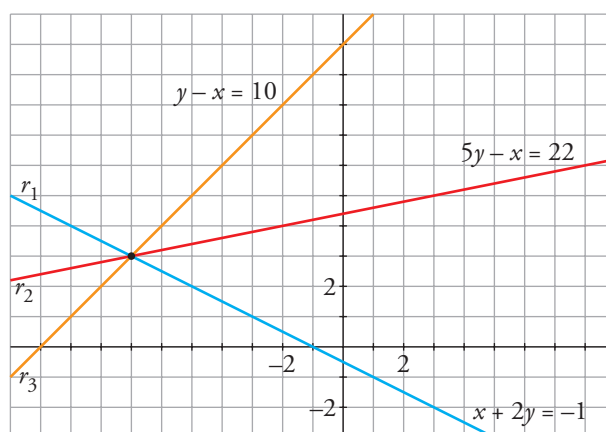
44 ■■■ Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 2$, $y = -1$.

45 ■■■ Comprueba si $x = 3$, $y = 1$ es solución de alguno de estos sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

46 ■■■ Observa la representación de las rectas r_1 , r_2 , r_3 y responde sin resolver.



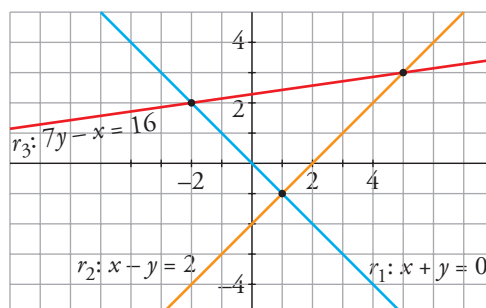
a) ¿Cuál es la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones?:

$$\text{I) } \begin{cases} y - x = 10 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \quad \text{II) } \begin{cases} 5y - x = 22 \\ y - x = 10 \end{cases}$$

b) ¿Cuál es la solución de este sistema?:

$$\begin{cases} y - x = 10 \\ 5y - x = 22 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

47 ■■■ Observa la representación de las rectas r_1 , r_2 , r_3 y responde sin resolver.



a) ¿Cuál es la solución de los sistemas siguientes?:

$$\text{I) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{II) } \begin{cases} x + y = 0 \\ 7y - x = 16 \end{cases} \quad \text{III) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$$

b) ¿Tiene alguna solución este sistema?:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$$

48 ■■■ Considera este sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases}$$

¿Qué valores deben tomar a y b para que el sistema tenga infinitas soluciones?

Busca tres soluciones del sistema.

49 ■■■ Observa el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 6x + 4y = d \end{cases}$$

¿Qué condición deben cumplir c y d para que el sistema no tenga solución?

50 ■■■ ¿Cuál debe ser el valor de m para que los sistemas a) y b) sean equivalentes?

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = m \\ y = 3 \end{cases}$$

PROFUNDIZA

51 ■■■ Ejercicio resuelto

Resolver por sustitución:
$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 52 \end{cases}$$

Despejamos y en la 1.^a ecuación y sustituimos en la 2.^a:

$$\begin{aligned} y = 2x - 2 &\rightarrow x^2 + (2x - 2)^2 = 52 \rightarrow 5x^2 - 8x - 48 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 48}}{10} = \frac{8 \pm 32}{10} \begin{cases} x = 4 \\ x = -12/5 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 4$, $y = 2 \cdot 4 - 2 = 6$.

Si $x = -\frac{12}{5}$, $y = 2\left(-\frac{12}{5}\right) - 2 = -\frac{34}{5}$.

52 ■■■ Resuelve por sustitución.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y - x = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 147 \end{cases}$$

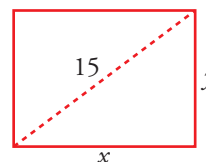
c)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$$


d)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$$

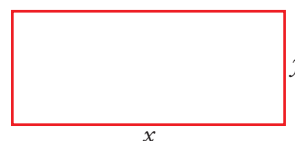
53 ■■■ La diferencia de dos números es 2, y la de sus cuadrados, 20. Halla esos números.


54 ■■■ Halla dos números cuya suma es 12, y la de sus cuadrados, 80.

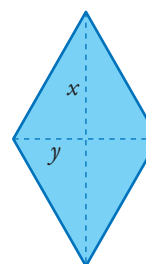
55 ■■■ La diagonal de un rectángulo mide 15 cm, y su perímetro, 42 cm. Calcula sus lados.




- 56  El perímetro de un rectángulo es 68 m, y su área, 240 m^2 . Halla sus lados.




- 57  Las diagonales de un rombo se diferencian en 6 cm y su área es 56 cm^2 . Calcula la medida de las diagonales.



- 58  El perímetro de un triángulo isósceles es 36 m. La altura relativa al lado desigual mide 12 m. Calcula la medida de los lados iguales.

 Si llamas x a la mitad de la base, se simplifican los cálculos.

59 ■■■ Los lados de un triángulo miden 5 cm, 7 cm y 10 cm, respectivamente. Calcula la altura relativa al lado más largo y halla el área del triángulo.

 Ten en cuenta que la altura h divide al triángulo original en dos triángulos rectángulos.

60 ■■■ En una parcela rectangular de 60 m de perímetro se hace un jardín rectangular bordeado por un camino de 2 m de ancho. Calcula las dimensiones de la parcela sabiendo que el área del jardín es 112 m^2 .

61 ■■■ Varios amigos se van a repartir un premio de 800 € a partes iguales. Dos de ellos deciden renunciar a su parte y de esta forma los demás reciben 20 € más cada uno. ¿Cuántos amigos son? ¿Cuánto recibe cada uno?

62 ■■■ Si la base de un rectángulo disminuye 2 cm y la altura aumenta 4 cm, se convierte en un cuadrado. Si la base disminuye 4 cm y la altura aumenta 2 cm, su área disminuye 12 cm². Calcula los lados del rectángulo.

- 63** ■■■ Resuelve este sistema de tres ecuaciones y dos incógnitas y comprueba gráficamente su solución:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

 *Halla la solución de las dos primeras ecuaciones y comprueba si verifica la tercera.*

- 64** ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - 3y = 9 \\ x + y - z = 1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ x + y = 5 \\ z - 3 = 1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y = z \\ x - y = z \\ x + z = -4 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + y = 5 \\ x + y + z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases} \end{array}$$